



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۲
شهر پور ماه ۱۴۰۳

دوازدهم
ریاضی

پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مهرداد شریف - نیکا موسوی
۲	هندسه	مهرداد راشدی	حسن محمدبیگی - محمد شاه محمدی احمد رضا فلاح	نیما اشرف نیا - مهرداد شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - سوگند روشنی	نیما اشرف نیا - مهرداد شریف
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	علیرضا مهرداد - مرتضی میرخانی	مهرداد شریف - امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	جواد پرتوی - محمد عظیمیان زواره	محمد داودآبادی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



چون $0 < x \leq 6$ ، پس $9 \leq (x-3)^2 \leq 9$ و در نتیجه
 $9 - (x-3)^2 \leq 0$ و از آنجا $0 \leq y \leq 3$ است، پس $b - a = 3$
 است.

۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{fof}(x) = \frac{2|f|}{\sqrt{4+f^2}} = \frac{\frac{4|x|}{\sqrt{4+x^2}}}{\sqrt{4+\frac{4x^2}{4+x^2}}} = \frac{4|x|}{\sqrt{16+8x^2}}$$

$$\Rightarrow \text{fof}(x) = \frac{2|x|}{\sqrt{4+2x^2}} \Rightarrow a - b = 2$$

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$g(x) = f(6-x) = \sqrt{6-x-2} + 2 = \sqrt{4-x} + 2$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \{x \geq 2 \mid \sqrt{x-2} + 2 \leq 4\}$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \{x \geq 2 \mid \sqrt{x-2} \leq 2\}$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \{x \geq 2 \mid x \leq 6\} = [2, 6]$$

این بازه، شامل ۵ عدد صحیح است.

۹. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا دامنه $\text{fof}(2x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x \in D_f \\ f(2x) \in D_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq 2x \leq 1 \\ -2 \leq 2 - 6x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} \leq x \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

پس دامنه تابع $\text{fof}(2x)$ به صورت $[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}]$ است.

$$x = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{fof}(2x) = \text{fof}(\frac{1}{3}) = f(1) = -1$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{fof}(2x) = \text{fof}(1) = f(-1) = 5$$

پس برد تابع $\text{fof}(2x)$ به صورت $[-1, 5]$ است. مجموع اعضای صحیح این بازه برابر ۱۴ است.

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

نکته:

$$[2x] = [x] + [x + \frac{1}{2}]$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow [x - [2x]] + 1 = m[x + n] + 1$$

$$\Rightarrow [x] - [2x] = m[x + n]$$

$$\Rightarrow -[x + \frac{1}{2}] = m[x + n]$$

پس $m = -1$ و $n = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه $2m + n = -\frac{3}{2}$ است.

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$y = \frac{2x-1}{x+3} + 3 = \frac{5x+8}{x+3}$$

$$y = \frac{10x+8}{2x+3}$$

$$y = \frac{-10x-8}{2x+3} \xrightarrow{y=0} x = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$$

نقطه برخورد با محور xها

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -\frac{8}{3} \\ y = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

اعضای f به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$2|x| = 10 - |y| \Rightarrow \begin{cases} |y| = 0 \Rightarrow |x| = 5 \\ |y| = 2 \Rightarrow |x| = 4 \\ |y| = 4 \Rightarrow |x| = 3 \\ |y| = 6 \Rightarrow |x| = 2 \\ |y| = 8 \Rightarrow |x| = 1 \\ |y| = 10 \Rightarrow |x| = 0 \end{cases}$$

از هر چهار زوج مانند $(1, 8)$ ، $(1, -8)$ ، $(-1, 8)$ و $(-1, -8)$ دو عضو باید حذف شود و از هر دو زوج $(0, 10)$ و $(0, -10)$ یک عضو باید حذف شود.

$$9 = 4 \times 2 + 1 = \text{حداقل تعداد زوج‌های حذفی}$$

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = 3ax^2 + 6x - ax - 2 + x^2$$

f خطی است، پس $3a = -1$ و یا $a = -\frac{1}{3}$ است.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{19}{3}x - 2$$

$$g(x) = bx - \frac{19}{3}x + 2 = \text{ثابت} \Rightarrow b = \frac{19}{3} \Rightarrow g(x) = 2$$

$$f(g(1)) = f(2) = \frac{32}{3}$$

۳. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید $f(x) = mx + 6$ باشد.

$$\begin{cases} f(-1) = -m + 6 \\ \text{fof}(1) = f(m+6) = m(m+6) + 6 \end{cases}$$

$$f(-1) + \text{fof}(1) = 6 \Rightarrow -m + 6 + m^2 + 6m + 6 = 6$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m + 6 = 0$$

$$\Rightarrow m = -2 \text{ یا } -3$$

$$\begin{cases} f(x) = -2x + 6 \Rightarrow f(-3) = 12 \\ f(x) = -3x + 6 \Rightarrow f(-3) = 15 \end{cases}$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$g(2) = 4a + 3 - 4a = 3$$

$$(g+f)og(2) = 2 \Rightarrow (g+f)(3) = 2$$

$$\Rightarrow 6a + 3 - 4a + 1 = 2 \Rightarrow a = -1$$

پس $g(x) = -2x + 7$ است.

$$\text{fog}(4) = f(-1) = 2$$

۵. گزینه ۱ صحیح است.

دقت کنید $1 + a^2 > 1$ و $1 - 2a^2 < 1$ است. ($a \neq 0$)

$$f(1+a^2) = 2(1+a^2) - 5 = 3a^2 - 2$$

$$f(1-2a^2) = 2(1-2a^2) + 3 = 5 - 4a^2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 2 = 5 - 4a^2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a برابر -1 است.

۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا دامنه تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\frac{6}{x} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{6-x}{x} \geq 0 \Rightarrow 0 < x \leq 6$$

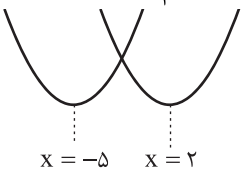
پس $|x| = x$ و ضابطه f را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2}{x} \sqrt{\frac{6}{x} - 1} = x \sqrt{\frac{6}{x} - 1} = \sqrt{6x - x^2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{9 - (x-3)^2}$$



طول رأس تابع اولیه، $x = 2$ و طول رأس نمودار نهایی، $x = -5$ است، پس این دو سهمی نسبت به خط $x = \frac{2-5}{2} = -\frac{3}{2}$ متقارند.



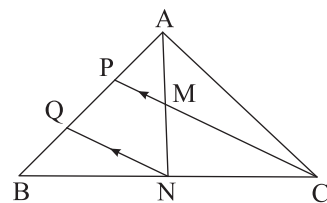
۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

فرقنه نسبت به محور y ها
 $y = 2 + \sqrt{1-x}$
 فرقنه نسبت به محور x ها
 $g(x) = 2 + \sqrt{1-(x-k)} = 2 + \sqrt{1+k-x}$
 $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$
 $\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \geq -1 \mid 2 + \sqrt{1+x} \leq 1+k\}$
 $\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \geq -1 \mid 1+x \leq (k-1)^2\} = [-1, k^2 - 2k]$
 با توجه به اینکه k یک عدد طبیعی است، پس به شرطی دامنه $g \circ f$ شامل ده عدد صحیح است که $k^2 - 2k = 10$ باشد، پس $k = 4$ است.

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

طبق فرض: $\sqrt{bc} = 4$
 از طرفی: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} h_b \times b = \frac{1}{2} h_c \times c$
 بنابراین:
 $\frac{S}{\sqrt{h_b \times h_c}} = \frac{\sqrt{S} \times \sqrt{S}}{\sqrt{h_b} \times \sqrt{h_c}} = \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{h_b}} \times \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{h_c}} = \sqrt{\frac{S}{h_b}} \times \sqrt{\frac{S}{h_c}}$
 $= \sqrt{\frac{\frac{1}{2} b \times h_b}{h_b}} \times \sqrt{\frac{\frac{1}{2} c \times h_c}{h_c}} = \sqrt{\frac{1}{2} b} \times \sqrt{\frac{1}{2} c} = \frac{1}{2} \sqrt{bc} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$
 (هندسه دهم، صفحه ۳۲)



از نقطه N خطی موازی CP رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در نقطه Q قطع کند.

$\triangle AQN : PM \parallel QN \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AP}{PQ} = \frac{AM}{MN} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow \frac{AP}{PQ} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AP = 2k \\ PQ = 3k \end{cases} \quad (1)$
 از طرفی AN میانه وارد بر ضلع BC است، پس:

$\triangle BCP : QN \parallel PC \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{BQ}{QP} = \frac{BN}{NC} = 1$
 $\Rightarrow \frac{BQ}{QP} = 1 \Rightarrow BQ = QP = 3k$

$\frac{S_{\triangle BPC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times BP \times BC \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} \times BA \times BC \times \sin \hat{B}} = \frac{BP}{BA} = \frac{6k}{8k} = \frac{3}{4}$
 (هندسه دهم، صفحه ۳۴)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} 3 \geq x \geq 0 : f(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow f(2) = \frac{2}{3} \Rightarrow A(2, \frac{2}{3}) \\ A'(a, b) \Rightarrow b = 2 - 2f(\frac{1-a}{3}) \Rightarrow f(\frac{1-a}{3}) = \frac{2-b}{2} \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-a}{3} = 2 \Rightarrow a = -5 \\ \frac{2-b}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b = -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

دو واحد چپ
 $y = 2f(3(x+2)-1) = 2f(3x+5)$
 فرقنه نسبت به محور x ها
 $y = -2f(3x+5)$
 سه واحد بالا
 $y = 3 - 2f(3x+5)$
 فرقنه نسبت به محور y ها
 $y = 3 - 2f(-3x+5)$

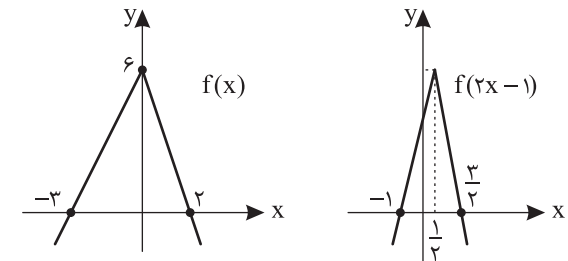
۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

ضابطه تابع رسم شده را می‌نویسیم:

$$x + f(x) = \begin{cases} 3x + 6 & x \leq 0 \\ -2x + 6 & x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6 & x \leq 0 \\ -3x + 6 & x > 0 \end{cases}$$

نمودار توابع $f(x)$ و $f(2x-1)$ به صورت زیر است:



باید $f(2x-1) \geq 0$ باشد، پس اعداد -1 و 0 و 1 اعضای صحیح دامنه‌اند.

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

دو واحد بالا
 $y = \sqrt{2x-1} + 5$
 فرقنه نسبت به محور y ها
 $y = \sqrt{-2x-1} + 5$
 k واحد راست
 $y = \sqrt{-2(x-k)-1} + 5$
 تقاطع با f
 $\sqrt{-2x+2k-1} + 5 = \sqrt{2x-1} + 3$
 $\Rightarrow x = 5 \Rightarrow \sqrt{2k-11} + 5 = 6 \Rightarrow k = 6$

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$-4 \leq x \leq 2 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq \frac{1-x}{3} \leq \frac{5}{3}$$

ورودی f در هر دو تابع باید یکسان باشد، پس:

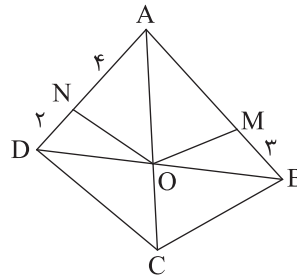
$$\begin{aligned} \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq \frac{x}{3} + 1 \leq \frac{5}{3} \\ \Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

این بازه، شامل اعداد صحیح $-2, -1, 0$ و 1 است.

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

سه واحد راست
 $y = 2(x-3)^2 - 8(x-3) + 7$
 $\Rightarrow y = 2x^2 - 20x + 49$
 فرقنه نسبت به $x = 1$
 $y = 2(2-x)^2 - 2(2-x) + 49$
 $\Rightarrow y = 2x^2 + 12x + 17$
 دو واحد انتقال به چپ
 $y = 2(x+2)^2 + 12(x+2) + 17$
 $\Rightarrow y = 2x^2 + 20x + 49$

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

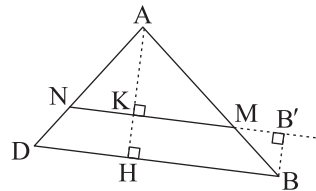


$DN = 2, AN = 4, MB = 3$

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADC : ON \parallel CD &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AN}{ND} = \frac{AO}{OC} \\ \triangle ABC : OM \parallel CB &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AO}{OC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AN}{ND} = \frac{AM}{MB}$$

$\xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel BD$

پس اگر از A خطی بر MN عمود کنیم، این خط بر DB هم عمود است.



بنابراین:

$$BB' = HK \xrightarrow{\text{تالس در } \triangle AHD} \frac{AK}{KH} = \frac{AN}{ND} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{BB'} = 2$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

چون دو زاویه \hat{E} و \hat{B} مساوی‌اند. پس $EF \parallel BC$ است و در نتیجه:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{x+1}{2x+1} = \frac{4x-2}{4x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{2x+1} = \frac{2x-1}{2x+1} \Rightarrow x+1 = 2x-1 \Rightarrow x = 2$$

از طرف دیگر:

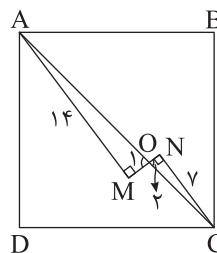
$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AEF \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط } \triangle AEF}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{AE}{AB} = \frac{x+1}{3x+2} = \frac{3}{8}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۴ و ۳۸)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع کند. داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تالس}} \triangle AMO \sim \triangle CNO \Rightarrow \frac{AM}{NC} = \frac{OM}{ON}$$

$$\Rightarrow \frac{14}{7} = \frac{OM}{ON} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{OM}{ON} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{2}{2+1} = \frac{OM}{OM+ON}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{OM}{MN} \xrightarrow{MN=3} OM=2 \Rightarrow ON=1$$

بنابراین:

$$\triangle AOM : OA^2 = AM^2 + OM^2 = 14^2 + 2^2 = 200 \Rightarrow OA = 10\sqrt{2}$$

$$\triangle ONC : OC^2 = NC^2 + ON^2 = 7^2 + 1^2 = 50 \Rightarrow OC = 5\sqrt{2}$$

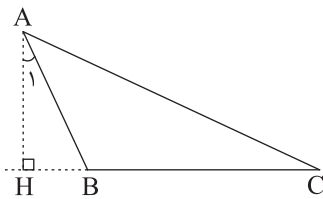
$$\xrightarrow{+} AC = 15\sqrt{2}$$

می‌دانیم اندازه قطر مربع $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است. پس:

$$AC = \sqrt{2}AB \Rightarrow 15\sqrt{2} = \sqrt{2}AB \Rightarrow AB = 15$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۹ و ۴۱)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} AH^2 = BH \times HC \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HC}{AH} \\ \hat{H} = 90^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر}} \triangle AHB \sim \triangle CHA \xrightarrow{\text{در دو مثلث متشابه زوایای نظیر برابرند}} \hat{A}_1 = \hat{C}$$

از طرفی در $\triangle ABH$ ، زاویه \hat{A}_1 ، زاویه \hat{C} خارجی است و داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{C} \xrightarrow{\hat{H}=90^\circ} \hat{A}_1 + \hat{H} = \hat{C} + 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} + 90^\circ$$

$$\Rightarrow 115^\circ = \hat{C} + 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 25^\circ$$

پس:

$$\hat{BAC} + \hat{ABC} + \hat{ACB} = 180^\circ \Rightarrow \hat{BAC} + 115^\circ + 25^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{BAC} = 40^\circ$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

اضلاع این دو مثلث نظیر به نظیر متناسب‌اند. پس دو مثلث متشابه‌اند.

$$\text{دو مثلث متشابه‌اند} \xrightarrow{\text{تناسب سه ضلع}} \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow k = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بنابراین نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر k^2 یعنی $\frac{1}{3}$ است.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۴۰ و ۴۷)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \alpha A + \beta I = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 0 \\ -\alpha & 2\alpha + \beta \end{bmatrix}$$

$$\alpha A + \beta I = 2A^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 0 \\ -\alpha & 2\alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = -1 \\ \alpha + \beta = 2 \Rightarrow \beta = 3 \end{cases} \Rightarrow (\alpha, \beta) = (-1, 3)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$A^2 = 5I \Rightarrow A^2 - 4I = I \Rightarrow A^2 - 4I^2 = I$$

$$\Rightarrow (A + 2I)(A - 2I) = I \Rightarrow (A + 2I)^{-1} = A - 2I$$

$$= A - \frac{1}{5}(5I) = A - \frac{1}{5}A^2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)



۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم:

$$\begin{aligned} (A + 2I)(A + 2I)^{-1} &= I \\ \Rightarrow A(A + 2I)^{-1} + 2I(A + 2I)^{-1} &= I \\ \Rightarrow A(A + 2I)^{-1} &= I - 2(A + 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -9 & -12 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A(A + 2I)^{-1} &= \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -9 & -11 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

مجموع درایه‌های روی قطر اصلی برابر است با: $4 - 11 = -7$
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 4m & 2m \\ 12m & 3m \end{vmatrix} = 32m^2 - 24m^2 = 8m^2 \neq 0 \\ |B| &= \begin{vmatrix} -2n & \frac{n}{2} \\ 3n & -n \end{vmatrix} = 2n^2 - \frac{3n^2}{2} = \frac{n^2}{2} \neq 0 \end{aligned}$$

پس A و B وارون پذیرند.

$$\begin{aligned} ABA &= A \xrightarrow{\times A^{-1}} AB \underbrace{AA^{-1}}_I = \underbrace{A \times A^{-1}}_I \Rightarrow AB = I \\ \Rightarrow B &= A^{-1} \end{aligned}$$

از طرفی:

$$A^{-1} = \frac{1}{8m^2} \begin{bmatrix} 4m & -2m \\ -12m & 3m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2m} & \frac{-1}{4m} \\ \frac{-3}{2m} & \frac{1}{4m} \end{bmatrix}$$

پس:

$$\begin{aligned} A^{-1} = B &\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2m} & \frac{-1}{4m} \\ \frac{-3}{2m} & \frac{1}{4m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2n & \frac{n}{2} \\ 3n & -n \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{m} = -2n \\ \Rightarrow mn &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

دقت کنید! اگر از $AB = I$ نتیجه بگیریم که $|AB| = 1$ و سپس AB و دترمینان آن را حساب کنیم و برابر با ۱ قرار دهیم، به رابطه $m^2 n^2 = \frac{1}{4}$ می‌رسیم که مشخص نمی‌شود $\frac{1}{4} = mn$ یا $\frac{-1}{4} = mn$ یا $mn = \pm \frac{1}{2}$ است.
به عبارت دیگر از $|AB| = 1$ نمی‌توان نتیجه گرفت که $AB = I$.
مثلاً:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ |AB| &= \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \xrightarrow{\text{ولی}} AB \neq I \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا درایه‌های ماتریس A را به دست می‌آوریم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m-1 & 0 & 0 \\ 0 & 2m-1 & 0 \\ 0 & 0 & 2m-1 \end{bmatrix}$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های } A = 9 \Rightarrow 3(2m-1) = 9 \Rightarrow m = 2$$

بنابراین دستگاه معادلات داده شده به صورت زیر درمی‌آید.

$$\begin{cases} -x + 2y = -3 \\ 2x - 8y = 6 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \neq \frac{2}{-8} \Rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

پس این دستگاه شامل دو خط متقاطع است.

دقت کنید! شیب خط اول $\frac{1}{2}$ و شیب خط دوم $\frac{1}{4}$ است، پس این دو خط متقاطع عمود بر هم نیستند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۶)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

مورد اول:

$$\begin{aligned} bc | b^2 - c^2 &\Rightarrow 1) b | b^2 - c^2 \\ &\quad 2) c | b^2 - c^2 \\ &\quad \frac{c | c^2}{\text{بدیهی}} \\ &\quad \frac{c | b^2 \xrightarrow{\times a}}{ac | ab^2} \\ &\quad \frac{ac | ac}{ac | ab^2 - 3ac} \end{aligned}$$

مورد دوم:

$$a \text{ فرد} \Rightarrow a^2 = 4k + 1 \Rightarrow a^4 = 16k' + 1$$

$$\Rightarrow a^4 + b^4 = 16k' + 1 + 16k'' + 1 = 16k''' + 2$$

مورد سوم:

$$a^3 | 2a + b \Rightarrow \begin{cases} a | 2a + b \\ a | 2a \\ a | b \end{cases} \Rightarrow a | b \Rightarrow a | b^2, a | a^2$$

$$\Rightarrow a | b^2 - a^2 \Rightarrow a | (b-a)(b+a)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

چون کم‌کم $n-2$ و $n+3$ حاصل ضرب آنها شده است، نسبت به هم اول هستند.

$$\begin{aligned} d | n-2 &\xrightarrow{\times 5} 5d | 5n-10 \\ d | 5n+3 & \end{aligned}$$

اگر $d | 13 \Rightarrow d = 1$ یا $d = 13$ باشد

$$n-2 = 13q \Rightarrow n = 13q + 2$$

درواقع بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی می‌خواهیم که $n = 13q + 2$ باشد، پس به ازای $n_{\max} = 99$ دو عدد نسبت به هم اول‌اند.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

۳۳. گزینه ۱ صحیح است.

چون X عددی طبیعی است $X+1$ مثبت است و قدر مطلق را در نظر نمی‌گیریم و X از داخل جزء صحیح نیز خارج می‌شود.

$$x + 1 - 3xy = 3 + 2y \Rightarrow 2y + 3xy = x - 2 \Rightarrow y(2x + 2) = x - 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{x-2}{3x+2}$$

$$3x+2 | x-2 \xrightarrow{\times 3} 3x+2 | 3x-6$$

$$3x+2 | 3x+2$$

$$3x+2 | 8 \Rightarrow \begin{cases} 3x+2=1 \times \\ 3x+2=2 \times \\ 3x+2=-1 \Rightarrow x=-1 \notin \mathbb{N} \\ 3x+2=-2 \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2=4 \times \\ 3x+2=-4 \times \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2=8 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=0 \times \\ 3x+2=-8 \times \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$5 \mid 7^n + 1 \Rightarrow 7^2 + 1 \mid 7^n + 1^n$$

پس باید $\frac{n}{2} = 2k + 1$ باشد.

$$n = 4k + 2 \xrightarrow[\text{اولین } n \text{ سه‌رقمی}]{k=25} n = 102$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۶)



۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

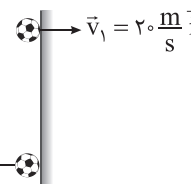
$$\begin{aligned} a &= 2q + 2 \\ \times 2 \Rightarrow 2a &= 4q + 4 \Rightarrow 2a - 13 = 4q - 9 \\ \begin{cases} q = 3t \Rightarrow 2a - 13 = 12t - 9 = 12t'' + 9 \\ q = 3t + 1 \Rightarrow 2a - 13 = 12t - 3 = 12t'' + 15 \\ q = 3t + 2 \Rightarrow 2a - 13 = 12t + 3 \end{cases} \\ 9 + 15 + 3 &= 27 \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)} \end{aligned}$$

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} \vec{v}_{av} &= \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow -6\vec{i} = \frac{\vec{d}}{4} \Rightarrow \vec{d} = (-24m)\vec{i} \\ \vec{d} &= x_2 - x_1 \Rightarrow -24\vec{i} = x_2 - (-10\vec{i}) \Rightarrow x_2 = -34\vec{i} \\ \Delta x &= x_2 - x_1 \Rightarrow -24 = x_2 - (-10) \Rightarrow x_2 = -34 \Rightarrow x_2 = -34\vec{i} \\ \text{(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵)} \end{aligned}$$

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.



$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= 20 \frac{m}{s} \vec{i} \\ v_2 &= ? \\ |a_{av}| &= \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \\ \Delta v &= \frac{|\Delta v|}{0.4} \Rightarrow |\Delta v| = 20 \frac{m}{s} \\ \text{چون بردارهای سرعت اولیه و نهایی در دو جهت مخالف است در محاسبه } \Delta v \text{ باید اندازه سرعت‌های اولیه و نهایی را جمع کنیم.} \\ |\Delta v| &= |v_2| + |v_1| \\ 20 &= 15 + |v_2| \Rightarrow |v_2| = 5 \frac{m}{s} \\ \text{(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱)} \end{aligned}$$

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر فاصله زمین تا ماهواره d باشد، مسافت طی شده $2d$ است.

$$\begin{aligned} S_{av} &= \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{2d}{0.2} \Rightarrow d = 3 \times 10^7 m \\ &= 3 \times 10^7 \times 10^{-6} Mm = 30 Mm \\ \text{(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۷)} \end{aligned}$$

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

در هنگام حرکت هر دو متحرک به سمت راست، فاصله افزایش یافته است:

$$\begin{aligned} \Rightarrow v_B > v_A \\ (1): \Delta x &= (v_B - v_A)t \Rightarrow 900 = (v_B - v_A) \times 60 \Rightarrow v_B - v_A = 15 \\ (2): \Delta x &= (v_B + v_A)t \Rightarrow 35 = (v_B + v_A) \times 1 \Rightarrow v_B + v_A = 35 \\ (1), (2) &\Rightarrow v_A = 10 \frac{m}{s}, v_B = 25 \frac{m}{s} \\ \text{(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴)} \end{aligned}$$

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} x &= vt + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{-2}{\lambda} t + 2 = \frac{-t}{4} + 2 \\ \Rightarrow x_A &= \frac{3}{3} t - 3 = t - 3 \\ x_A - x_B &= 10 \Rightarrow \frac{\Delta t}{4} - 5 = 10 \Rightarrow t = 12s \\ \text{(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵)} \end{aligned}$$

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به فرد بودن $(4k+1)(8k+3)$ می‌توان نتیجه گرفت a هم فرد است و در نتیجه $a^2 + 200$ هم فرد است، پس b هم فرد است.

مربع هر عدد فرد را می‌توان به صورت $8k+1$ نوشت:

$$\begin{aligned} 2(8k+1) + 8k' + 1 - 13 \\ 16k + 2 + 8k' - 12 = 8k'' - 10 = 8k'' - 16 + 6 = 8t + 6 \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)} \end{aligned}$$

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} 2n^2 - n &= (n+5)q + 11, 0 < 11 < n+5 \\ \Rightarrow (n+5)q &= 2n^2 - n - 11, n > 6 \\ \Rightarrow n+5 \mid 2n^2 - n - 11 &\xrightarrow{n=-5} n+5 \mid 2(-5)^2 + 5 - 11 \\ \Rightarrow n+5 \mid 44 &\xrightarrow{n>6} n+5 = 22 \text{ یا } 44 \Rightarrow n = 17 \text{ یا } 39 \\ \text{پس مجموع مقادیر قابل قبول } &= 56 = 17 + 39 \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۲ و ۱۶)} \end{aligned}$$

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} [n, 11 \times 2^2] &= 11^2 \times 2^2 \\ n &= 2^\alpha \times 11^\beta \\ \begin{cases} \alpha = 0, 1, 2 \\ \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow n &\text{ حالت دارد} \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)} \end{aligned}$$

۳۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} d \mid 2n - 1 - \frac{2n}{d} \Rightarrow 2n^2 - n \\ d \mid 2n^2 + n + 3 \\ d \mid 2n + 3 \\ d \mid 2n - 1 \\ d \mid 4 \Rightarrow d = 1, 2, 4 \xrightarrow{\text{پس } d \text{ نمی‌تواند زوج باشد}} d = 1 \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)} \end{aligned}$$

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} a &= 5q + r, 0 \leq r \leq 4 \\ \text{دقت کنید که } r &\neq 0 \text{ است.} \\ a &= 5q + r \xrightarrow{1 \leq r \leq 4} a^2 = 25q^2 + 10qr + r^2 \\ 1) r = 1 &\Rightarrow a^2 = \underbrace{25q^2 + 10q}_{\text{مضرب ۵}} + 1 = 5k + 1 \\ 2) r = 2 &\Rightarrow a^2 = \underbrace{25q^2 + 20q}_{\text{مضرب ۵}} + 4 = 5k + 4 \\ 3) r = 3 &\Rightarrow a^2 = 25q^2 + 30q + 9 = \underbrace{25q^2 + 30q}_{\text{مضرب ۵}} + 9 + 4 \\ &= 5k + 4 \\ 4) r = 4 &\Rightarrow a^2 = 25q^2 + 40q + 16 = \underbrace{25q^2 + 40q}_{\text{مضرب ۵}} + 15 + 1 \\ &= 5k + 1 \\ \text{پس } 4 \text{ یا } 1 &= r \text{ است و مجموع آنها } 5 \text{ است.} \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۵)} \end{aligned}$$



$$a_{av} = \frac{v_{\lambda} - v_0}{\lambda} = \frac{v_{\lambda} - 0}{\lambda}, v_{\lambda} < 0 \Rightarrow a_{av} < 0$$

یعنی شتاب متوسط در بازه صفر تا ۸s در جهت منفی محور مکان است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = |x_{max}| \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$|x_{max}| = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

$$\frac{T}{2} = 12 \Rightarrow T = 24 \text{ s}$$

$$x = 0.02 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 0.02 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.02 \times \frac{1}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$t_2 = 18 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 0.02 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0.02 \times (-1) = -0.02 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-0.02 - 0.01}{18 - 2} = -\frac{0.03}{16} = -\frac{3}{1600} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{108}{3.6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = vt = 30 \times 60 = 1800 \text{ m}$$

$$n = \frac{\Delta x}{2\pi R} \Rightarrow n = \frac{1800}{2 \times 3 \times 10^3} = \frac{1800}{6000} = 0.3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$x = vt + x_0$$

$$t_1 = 8 \text{ s} \Rightarrow -1000 = 8v + x_0 \quad (1)$$

$$t_2 = 20 \text{ s} \Rightarrow 2000 = 20v + x_0 \quad (2)$$

$$3000 = 12v \Rightarrow v = \frac{3000}{12} = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$-1000 = (8 \times 250) + x_0 \Rightarrow x_0 = -3000 \text{ m}$$

هنگامی که ذره از مبدأ مکان ($x = 0$) می‌گذرد، جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

$$x = vt + x_0$$

$$0 = 250t - 3000 \Rightarrow t = \frac{3000}{250} = 12 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

شیب خط برابر $\frac{\Delta a}{\Delta t}$ است.

$$\text{شیب خط} = \frac{0 - 1}{\Delta - 0} = -2$$

معادله شتاب به صورت زیر است:

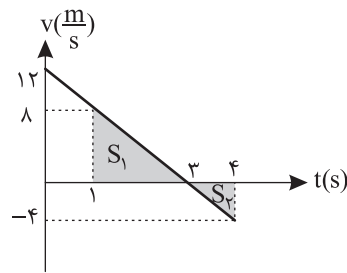
$$a = -2t + 10$$

چون تابع شتاب خطی است، شتاب متوسط در بازه Δt برابر میانگین شتاب در این بازه و یا شتاب لحظه‌ای در وسط بازه است.

$$a_{av(t_1-t_2)} = a_6$$

$$a_6 = (-2 \times 6) + 10 = -12 + 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.



$$v = -4t + 12$$

$$v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$L = S_1 + |S_2| = \frac{8 \times 2}{2} + \left| \frac{1 \times (-4)}{2} \right| = 10 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{10}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۶)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$v = 2t^2 - 12t + 16$$

$$v = 2(t-2)(t-4) \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \end{cases}$$

لحظه‌هایی که سرعت صفر می‌شود.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

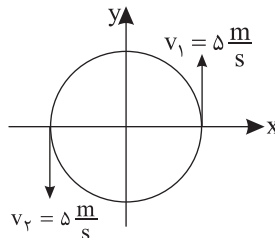
$$v_1 = 2(2)^2 - 12(2) + 16 \times 1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 0$$

$$a_{av} = \frac{0 - 6}{4 - 2} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.



چون دوره حرکت ۴s است، پس در هر دو ثانیه متحرک نصف محیط دایره را طی می‌کند. چون بردارهای سرعت اولیه و نهایی مخالف هستند، پس در محاسبه اندازه بردار تغییر سرعت باید اندازه سرعت‌های اولیه و نهایی را با هم جمع می‌کنیم.

$$|\Delta v| = |v_1| + |v_2| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ s}$$

$$a_{av} = \frac{10}{2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

گزینه‌های (الف) و (ب) درست‌اند.

$$\begin{cases} a_{av(t_1-t_2)} = \frac{v_2 - 0}{2} = \frac{v_2}{2} \\ a_{av(t_2-t_1)} = \frac{0 - v_2}{2} = -\frac{v_2}{2} \end{cases} \Rightarrow |a_{av(t_1-t_2)}| = |a_{av(t_2-t_1)}|$$

$$S_{av(t_1-t_2)} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{20 + 20}{4} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در بازه زمانی ۴s تا ۸s حرکت تندشونده است، زیرا بزرگی شیب نمودار که معرف تندی حرکت است، افزایش می‌یابد. توجه کنید شیب نمودار که معرف سرعت است، منفی است یعنی متحرک در جهت منفی محور مکان در حرکت است.

فشار مایع درون لوله بر حسب سانتی‌متر جیوه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{10/2 \times 88}{13/6} = 66 \text{ cmHg}$$

$$P_0 = P_{\text{مخاز}} + P_{\text{مایع}} = 4 + 66 = 70 \text{ cmHg}$$

در حالتی که لوله را مایل می‌کنیم، داریم:

$$P_0 = \text{فشار ته بسته لوله بر مایع} + \text{فشار ستون قائم مایع}$$

$$P_0 = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{10/2 \times (100 \sin 53^\circ)}{13/6}$$

$$= \frac{10/2 \times 100 \times 0/8}{13/6} = 60 \text{ cmHg}$$

$$P' = 70 - 60 = 10 \text{ cmHg}$$

$$P' = 10 \times 1360 = 13600 \text{ Pa}$$

$$F' = P'A = 13600 \times 5 \times 10^{-4} = 680 \times 10^{-2} = 6/8 \text{ N}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$P = P_0 - \rho gh$$

$$P_A = 75 - 50 = 25 \text{ cmHg}$$

$$P_B = 75 - 70 = 5 \text{ cmHg}$$

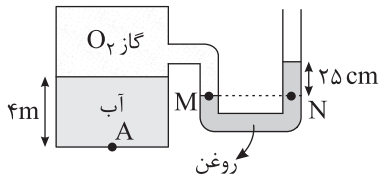
$$F = P \times A \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \frac{P_B \times A_B}{P_A \times A_A}$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{5 \times \pi r^2}{25 \times \pi (2r)^2} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{F_B}{80} = \frac{1}{20} \Rightarrow F_B = 4 \text{ N}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۹)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$P_M = P_N$$

$$P_{O_2} = P_0 + \rho_{\text{روغن}} gh = P_0 + 800 \times 10 \times \frac{25}{100}$$

$$P_{O_2} = P_0 + 2 \times 10^3 \text{ Pa}$$

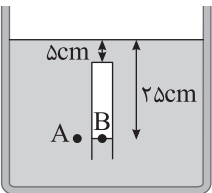
$$P_A = P_{O_2} + \rho_{\text{ب}} gh = P_0 + 2 \times 10^3 + 1000 \times 10 \times 4$$

$$= P_0 + 42 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$P_A - P_0 = 42000 \text{ Pa} = 42 \text{ kPa}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۸)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.



$$P_B = P_A$$

$$90 \text{ cmHg} = 75 \text{ cmHg} + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 15 \text{ cmHg}$$

$$\rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} \Rightarrow 13/6 \times 15 = \rho_{\text{مایع}} \times 25$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 8/16 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۷)

۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = at \Rightarrow v_f = 2a, v_r = 4a$$

$$\Delta x = \frac{v_f + v_r}{2} \Delta t \Rightarrow 18 = \frac{2a + 4a}{2} \times 2 \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t_1 = \Delta s \Rightarrow v_1 = at_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_f = v_s \Rightarrow v_f = at_f = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_1 + v_f}{2} \times \Delta t = \frac{15 + 21}{2} \times 2 = 36 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$v_{0A} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|v_{0B}| = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow 0 = 10 a_B + 20 \Rightarrow a_B = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 (100) + 25 \times 10 = 350 \text{ m}$$

$$|\Delta x_B| = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} (-2) (100) + 20 \times 10 = 100 \text{ m}$$

در $t = 10 \text{ s}$ متحرک A و B مجموعاً فاصله 450 m را طی کرده‌اند و چون فاصله اولیه آنها 500 m بوده، پس فاصله نهایی در $t = 10 \text{ s}$ برابر 50 m است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

افزودن شوینده‌ها به آب، باعث کاهش نیروی کشش سطحی و نفوذ بهتر آب به لباس‌ها می‌شود.

(فیزیک دهم، صفحه ۲۹)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

هیچ‌کدام از موارد درست نیست.

(۱) فاصله مولکول‌های هوا در حدود 35 \AA است.

(۲) نیروهای بین مولکولی از جنس نیروهای الکتریکی است.

(۳) میزان بالا رفتن مایع بستگی به قطر لوله دارد، نه طول آن.

(۴) شیشه جامد بی‌شکل است که مولکول‌ها به طور نامنظم کنار هم قرار دارند.

(فیزیک دهم، صفحه ۲۴)

۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

اگر فشار در کف ظرف را P_T در نظر بگیریم چون در دو حالت مجموع وزن دو مایع ثابت است، پس فشار در کف ظرف (P_T) در دو حالت یکسان است. اگر فاصله نقطه A تا کف را در h فرض کنیم:

$$P = P_T - \rho_1 gh$$

$$P' = P_T - \rho_{\text{مخلوط}} gh$$

با توجه به اینکه در اثر مخلوط کردن $\rho_T < \rho_1$ است، پس $P' > P$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

در حالتی که لوله در وضعیت قائم قرار دارد، مطابق شکل صورت مسئله داریم:

$$\Delta V = Ah \Rightarrow 60 = 5h \Rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

$$h' = 100 - 12 = 88 \text{ cm}$$



توجه کنید در جریان آرام یک مایع تراکم‌ناپذیر در یک لوله در مکان‌هایی از لوله که قطر آن کمتر است، تندی جریان بیشتر می‌شود و فشار کمتر خواهد شد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

گزینه‌های (الف)، (ب) و (د) درست‌اند.

در ناحیه بین دو قطار، هوا همراه با قطار متحرک کشیده می‌شود. بنابراین با سرعت متوسط زیادی حرکت می‌کند و هوا در طرف دیگر قطار ساکن، حرکت ندارد و طبق اصل برنولی، فشاری که هوای متحرک به قطار ساکن وارد می‌کند از فشار هوای ساکن کمتر است و قطار ساکن به سوی قطار متحرک کشیده می‌شود.

در جریان آرام آب از یک شیر آب، به علت نیروی گرانشی که به قطرات آب وارد می‌شود تندی جریان آب با پایین آمدن بیشتر می‌شود و به دلیل معادله پیوستگی (ثابت $AV =$) ستون آب باریک‌تر می‌شود. طراحی بال هواپیما به گونه‌ای است که تندی حرکت هوا در زیر بال کمتر از تندی حرکت هوا در بالای بال است.

اصل برنولی که می‌گوید در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، علاوه بر مایع‌ها برای گازها نیز برقرار است.

بر اساس معادله پیوستگی در جریان آرام آب در لوله (ثابت $AV =$) در عبور مایع از قسمت باریک‌تر لوله تندی جریان افزایش می‌یابد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

شیمی

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

مورد اول: نادرست، لایه استراتوسفر، لایه دوم هواکره است. در این لایه با افزایش ارتفاع دما برخلاف فشار افزایش می‌یابد.

مورد دوم: نادرست، تغییر آب و هوای زمین در لایه اول هواکره یعنی تروپوسفر رخ می‌دهد. حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را این لایه تشکیل می‌دهد.

مورد سوم: درست، نیتروژن نقطه جوش کمتری نسبت به سایر اجزا دارد و در فرایند تقطیر زودتر از مخلوط جداسازی می‌شود.

مورد چهارم: درست

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۹، ۵۲ و ۵۴)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، در فرایند هابر پس از ایجاد شرایط بهینه، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود. ولی همه واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده‌ها تبدیل نمی‌شوند و در ظرف واکنش هر ۳ گاز N_2 و H_2 واکنش نداده و NH_3 تولیدی وجود دارند. در این مرحله با سرد کردن مخلوط واکنش تا دمای کمی کمتر از نقطه جوش NH_3 آمونیاک به شکل مایع از مخلوط جدا می‌شود.

(ب) نادرست، بزرگ‌ترین چالش هابر برای تولید آمونیاک، عدم انجام واکنش در دما و فشار اتاق و نحوه جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش بود. (پ) درست

(ت) درست، نقطه جوش NH_3 از N_2 و H_2 بیشتر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره آرگون است اما از هلیوم برای خنک‌کاری قطعات دستگاه‌های تصویربرداری پزشکی استفاده می‌شود.

(ب) درست، گاز نجیب تهیه شده در پتروشیمی شیراز آرگون است که در ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده می‌شود.

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

نمودار $(P-h)$ یک مایع، خط راستی است که قدرمطلق شیب آن برابر ρg است. با حرکت به سمت سطح مایع، ابتدا از مایع (۱) که چگالی بیشتری دارد، گذر می‌کنیم. بنابراین شیب قسمت اول نمودار باید بیشتر از شیب قسمت دوم آن باشد. با حرکت به سمت سطح مایع‌ها، فشار کل کاهش می‌یابد، بنابراین نمودار باید نزولی باشد.

(فیزیک دهم، صفحه ۳۴)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

ترازو، نیروی ظرف به تکیه‌گاه را نمایش می‌دهد که برابر وزن مایع است و با ۲ برابر شدن جرم آب، ۲ برابر می‌شود. با توجه به شکل ظرف و بزرگ‌تر بودن سطح مقطع قسمت خالی نسبت به قسمت پر، ارتفاع مایع به ۲ برابر حالت قبل نمی‌رسد و طبق رابطه $F = \rho gh.A$ نیروی مایع به کف ظرف کمتر از ۲ برابر حالت قبل خواهد بود.

(فیزیک دهم، صفحه ۳۱)

۶۵. گزینه ۱ صحیح است.

افزایش نیروی وارد بر کف باید $120 - 128 = 8N$ باشد. طبق اصل پاسکال افزایش فشار ایجادشده در دهانه ظرف، بدون تغییر به کف ظرف منتقل می‌شود.

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} \Rightarrow \frac{\Delta}{\Delta \cdot a} = \frac{f}{a} \Rightarrow f = \frac{\Delta}{\Delta \cdot a} N$$

$$f = mg \Rightarrow \frac{\Delta}{\Delta \cdot a} = m \times 10 \Rightarrow m = \frac{\Delta}{\Delta \cdot a} kg = 16g$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۹)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

حداکثر فشار پیمانه‌ای بخار داخل زودپز برابر فشار ناشی از وزنه است.

$$P = 2atm \Rightarrow P = \frac{mg}{A} \Rightarrow 2 \times 10^5 = \frac{m \times 10}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow m = 0.8kg$$

$$\Rightarrow m = 800g$$

(فیزیک دهم، صفحه ۴۹)

۶۷. گزینه ۱ صحیح است.

برای یک جسم شناور روی مایع، نیروی شناوری، برابر با وزن جسم است و به چگالی جسم و چگالی مایع بستگی ندارد.

$$\frac{F_{\text{شناوری}}}{F_{\text{مس}}} = \frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{m_2}{m_1} = 3$$

(فیزیک دهم، صفحه ۴۲)

۶۸. گزینه ۲ صحیح است.

در ابتدای حرکت فقط به جسم نیروی وزن جسم وارد می‌شود و شتاب حرکت آن برابر شتاب گرانشی است. ($a = g$)

چون چگالی جسم بیشتر از چگالی آب است، جسم شروع به پایین رفتن می‌کند. با رفتن جسم درون آب، نیروی شناوری که به آن وارد می‌شود، به تدریج افزایش می‌یابد. بنابراین شتاب حرکت از مقدار g کاهش می‌یابد و شتاب متغیر است. وقتی تمام جسم درون آب قرار می‌گیرد نیروی شناوری ثابت می‌شود و نیروی خالص وارد بر جسم ثابت خواهد شد و حرکت با شتاب ثابت خواهد بود.

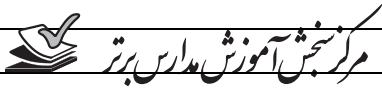
(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

آهنگ جریان شاره $(\frac{\Delta v}{\Delta t})$ برابر Av است و آهنگ جریان از دو قسمت لوله یکسان است.

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = A.v \Rightarrow v = \frac{\Delta v}{A}$$

$$v_2 = \frac{0.2 \times 10^{-3} \frac{m}{s}}{0.8 \times 10^{-4} m^2} = 2.5 \frac{m}{s}$$



۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا شماره گروه X و Y را تعیین می‌کنیم. برای این کار از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \text{بار} - \text{مجموع یکان گروه اتم‌ها} &= \text{تعداد } e^- \text{ دور مولکول} \\ X \text{ گروه } 16 \text{ است } &\Rightarrow X = 6 \Rightarrow (+1) - (6 + X + 5) = -1 \\ Y \text{ گروه } 14 \text{ است } &\Rightarrow Y = 4 \Rightarrow (-1) - (1 + 1 + 1 + Y) = -1 \end{aligned}$$

(۱) نادرست، در ترکیب XY_2 تعداد e^- دور مولکول باید برابر ۱۴ باشد (طبق فرمول بالا) در حالی که در شکل برابر ۱۸ است.

(۲) نادرست، در ترکیب YX_2 تعداد e^- دور مولکول باید (۱۶) باشد، در حالی که در شکل برابر ۱۸ است.

(۴) نادرست، در ترکیب XY_2 تعداد e^- دور مولکول باید ۱۸ باشد، در حالی که در شکل برابر ۲۶ است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا از روی چگالی اکسیژن حجم مولی گازها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{\text{جرم مولی گاز}}{\text{حجم مولی کل گازها}} &= \frac{A}{x} \Rightarrow \frac{32}{x} = \frac{1}{6} \\ \text{حجم مولی گازها در شرایط آزمایش: } &\Rightarrow x = 20 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \end{aligned}$$

در صورت مصرف ۴ مول KNO_3 ، ۲ مول N_2 و ۵ مول O_2 تولید می‌شود که اختلاف حجم آنها برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} N_2 \text{ حجم: } &2 \text{ mol } N_2 \times \frac{20 \text{ L } N_2}{1 \text{ mol } N_2} = 40 \text{ L } N_2 \\ O_2 \text{ حجم: } &5 \text{ mol } O_2 \times \frac{20 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 100 \text{ L } O_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف حجمها} = 60 \text{ L}$$

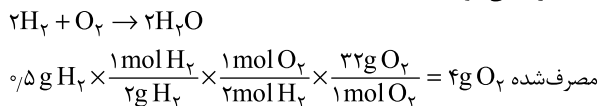
پس به ازای مصرف ۴ مول KNO_3 اختلاف حجم فرآورده‌های گازی برابر ۶۰ لیتر است. بنابراین:

$$\frac{4 \text{ mol } KNO_3}{60 \text{ L}} \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = \frac{404 \text{ g}}{60 \text{ L}} \Rightarrow \text{اختلاف حجم } 50.67 \text{ g}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه جرم مخلوط واکنش ۵٪ گرم کاهش یافته بنابراین ۵٪ گرم گاز تولیدشده و تمام ۵٪ گرم هیدروژن در واکنش با O_2 مصرف می‌شود.



بنابراین ۶ گرم O_2 مصرف نشده $60 = \frac{6 \text{ g}}{100} \times 100 = 60$ = مصرف نشده O_2 ٪

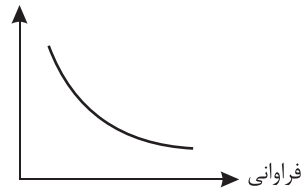
$$\frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } H_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 18 \text{ g } H_2O$$

تولید می‌شود $47.5 \text{ g } H_2O$ (شیمی دهم، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

$Ca + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + H_2$ ، $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$
مقدار Ca و H_2O اولیه را برابر x گرم در نظر می‌گیریم که تمام H_2O مصرف می‌شود. ابتدا حساب می‌کنیم با x گرم Ca چند گرم H_2O مصرف می‌شود.

(پ) درست، چهار گاز فراوان موجود در تروپوسفر به ترتیب N_2 ، O_2 ، Ar و CO_2 هستند که جرم مولی آنها به ترتیب ۲۸، ۳۲، ۴۰ و ۴۴ است. جرم مولی



(ت) نادرست، فراوان‌ترین ترکیب مولکولی CO_2 است. (توجه N_2 ترکیب نمی‌باشد.)

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

(۱) نادرست، بر اثر کارکرد کارخانه‌ها و فعالیت آتشفشان‌ها و کارکرد موتور خودروها SO_2 (گوگرد دی‌اکسید) تولید می‌شود.

(۳) درست، در طول یک روز زمستانی، دمای محیط گلخانه در بازه بین ۱۳/۵ تا ۱۴/۵ درجه سانتی‌گراد تغییر کرده و دمای محیط بیرون گلخانه بین ۱/۵ تا ۸ درجه سانتی‌گراد تغییر می‌کند.

(۴) درست $2C_2F_6 + 10O_2 \rightarrow 4CF_4 + 10CO_2$ (شیمی دهم، صفحه‌های ۵۸، ۶۰، ۶۴ و ۶۸)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

(۱) نادرست، گاز A (N_2) ترکیب نیست، بلکه عنصر است.
(۲) نادرست، جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند در حالی که B گاز CO_2 است.
(۳) درست
(۴) معرف گاز O_2 است که فرآورده فتوسنتز محسوب می‌شود. (شیمی دهم، صفحه ۴۸)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

(۱) درست، در مخلوط هوای مایع گاز CO_2 که ترکیب است وجود ندارد.
(۲) نادرست، H_2O و CO_2 به صورت جامد خارج می‌شوند.
(۳) نادرست، He به مایع تبدیل نمی‌شود.
(۴) نادرست، بعد از دمای $-78^\circ C$ نمی‌توان به راحتی ۳ ماده‌ی گازی O_2 ، Ar و N_2 که نقطه جوش نزدیک به هم دارند را با فرایند سرد کردن آن‌ها با خلوص بالا از هم جدا کرد. به همین دلیل کل مخلوط را تا $200^\circ C$ - سرد می‌کنند و سپس اجزای مایع به دست آمده (هوای مایع) را به روش تقطیر جزء به جزء از هم جدا می‌کنند. (شیمی دهم، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

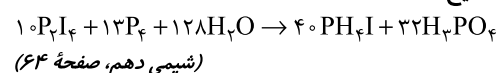
(۱) نادرست، در اکسید MO بار کاتیون +۲ است اما تعداد اکسیژن ۱ است.
(۲) درست، بیشترین بار مس +۲ است که فرمول نیتريد آن به صورت Cu_3N_2 درمی‌آید.
(۳) درست
(۴) درست

$$SiBr_4 \Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$CS_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

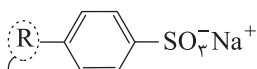
۷۸. گزینه ۴ صحیح است.



(شیمی دهم، صفحه ۶۴)



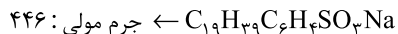
۸۶. گزینه ۴ صحیح است.



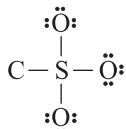
$C_nH_{2n+1} \rightarrow C - C$: تعداد پیوند $n-1$

$$\frac{C - C \text{ پیوندهای}}{C = C \text{ پیوندهای}} = 6 = \frac{n-1}{3} \Rightarrow n = 19$$

پس فرمول شیمیایی ترکیب به صورت:



(آ) نادرست، در ساختار لوویس بخش قطبی آن هر اتم اکسیژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد.



(ب) درست، $14/6 = \frac{73}{5}$

(پ) فرمول صابون جامد $\leftarrow C_{22}H_{45}COONa \leftarrow$ جرم مولی:

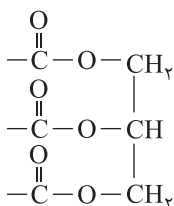
$$400 \leftarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 46$$

(ت) تعداد پیوند $C - H$ = تعداد $H = 43$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵، ۱۰ و ۱۱)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست \leftarrow قسمت A



(ب) درست، یکی از فراورده های آبکافت استر بلند زنجیر اسید چرب

است که الگوی آن $\sim \sim \sim$ است.

(پ) درست

(ت) نادرست، الکل سازنده استرهای ۳ عاملی $CH_3-CH(OH)-CH_3$

است که به خوبی در آب حل می شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵ و ۶)

۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

مورد اول) نادرست، شکل مورد نظر نحوه جداسدن لکه چربی از سطح

جسم را نشان می دهد.

مورد دوم) نادرست، قسمت C، سر قطبی آنیون صابون یعنی

$\overset{O}{\parallel} C - O^-$ است که پتاسیم باید به آن متصل شود تا صابون مایع به دست آید نه به جای آن قرار گیرد.

مورد سوم) نادرست، بین قسمت B (بخش آب گریز صابون) و قسمت

A (لکه چربی) جاذبه وان دروالسی قرار دارد نه پیوند.

مورد چهارم) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه ۸)

۸۹. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) نادرست، نمک اسید چرب نه هر اسیدی

(ب) درست

(پ) نادرست، حالت فیزیکی صابون به بخش کاتیونی مربوط است نه R.

$$xg Ca \times \frac{1 \text{ mol Ca}}{40g Ca} \times \frac{2 \text{ mol H}_2O}{1 \text{ mol Ca}} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol H}_2O}$$

= مصرف شده $(0.9x)g H_2O$

از آنجایی که ۵ گرم H_2O باقیمانده پس مقدار اولیه H_2O برابر $(5 + 0.9x)$ گرم می باشد که مقدار اولیه Ca را نیز برابر x گرم در نظر گرفتیم، پس:

$$x = 5 + 0.9x \Rightarrow x = 50g$$

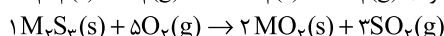
$$50g Ca \times \frac{1 \text{ mol Ca}}{40g Ca} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Ca}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol H}_2} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

= مصرف می شود. 14 L O_2

(شیمی دهم، صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

(واکنش موازنه شود.) $M_2S_3(s) + O_2(g) \rightarrow MO_2(s) + SO_2(g)$



به ازای مصرف ۱ مول M_2S_3 ، ۲ مول MO_2 تولید می شود که اختلاف جرم آنها برابر $32g$ است.

$$\left. \begin{aligned} M_2S_3 \text{ جرم} &= 1 \text{ mol } M_2S_3 \times \frac{(2M + 96)g M_2S_3}{1 \text{ mol } M_2S_3} = 2M + 96 \\ MO_2 \text{ جرم} &= 2 \text{ mol } MO_2 \times \frac{(M + 32)g MO_2}{1 \text{ mol } MO_2} = 2M + 64 \end{aligned} \right\}$$

\Rightarrow اختلاف = $32g$

بنابراین به ازای مصرف ۱ مول M_2S_3 جامد، $32g$ از مواد جامد کاسته می شود.

کاهش جرم جامد $256g = 4000 - 3744 =$ میزان کاهش جرم مواد جامد

$$4000g M_2S_3 \times \frac{1 \text{ mol } M_2S_3}{(2M + 96)g M_2S_3} \times \frac{32g \text{ جرم}}{1 \text{ mol } M_2S_3} = 256g \text{ کاهش جرم}$$

$$\rightarrow \text{ساده سازی} \rightarrow 2M + 96 = \frac{4000 \times 32}{256} = 500 \Rightarrow M = 202 \frac{g}{\text{mol}}$$

(شیمی دهم، صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

مورد اول) درست، در ساختار اتیلن گلیکول و عسل پیوند $O - H$ و

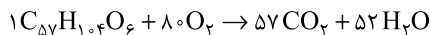
در ساختار اوره پیوند $N - H$ وجود دارد.

مورد دوم) نادرست، گروه هیدروکسیل دارد نه کربوکسیل.

مورد سوم) نادرست، در فرایند انحلال، مولکول ها شکسته نمی شوند

بلکه از هم جدا می شوند.

مورد چهارم) درست



(شیمی دوازدهم، صفحه ۴)

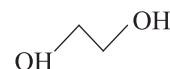
۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

مورد اول) نادرست، ساختار عسل دارای گروه های زیادی از OH است نه فقط یک گروه OH .

مورد دوم) نادرست، روغن زیتون یک استر ۳ عاملی است و استرها پیوند هیدروژنی ندارند.

مورد سوم) نادرست، $NaCl$ و هگزان انحلال فیزیکی و واکنش شیمیایی ندارند.

مورد چهارم) نادرست، ساختار اتیلن گلیکول:



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳ تا ۵)



نسبت مول‌ها با نسبت ضرایب برابر است. بنابراین:

$$\frac{y}{x} = 0,8 = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{5}{4}y$$

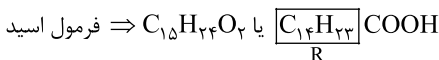
$$54g H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18g H_2O} \times \frac{1 \text{ mol } C_xH_yO_z}{\frac{y}{2} \text{ mol } H_2O}$$

$$\times \frac{(12x + y + 32)g C_xH_yO_z}{1 \text{ mol } C_xH_yO_z} = 59g C_xH_yO_z$$

$$\xrightarrow{\text{ساده‌سازی}} \frac{6(12x + y + 32)}{y} = 59 \Rightarrow 72x + 6y + 192 = 59y$$

$$\xrightarrow{x=\frac{5}{4}y} 45y + 6y + 192 = 59y \Rightarrow 8y = 192 \Rightarrow y = 24$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} \times 24 = 15$$



فرمول صابون جامد $\Rightarrow RCOONa$

دارای ۲۳ اتم هیدروژن $\Rightarrow C_{14}H_{23}COONa$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

(۱) نادرست، برای نوع یکسانی از پارچه، قدرت پاک‌کنندگی صابون آنزیم‌دار در دمای 30°C بیشتر از صابون بدون آنزیم در دمای 40°C است.

(۲) نادرست، نمک فسفات برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها اضافه می‌شود.

(۳) درست، چون قطبیت نخ از پلی‌استر بیشتر است پس جذب آب پارچه نخی از پلی‌استری بیشتر است.

(۴) نادرست، طبق جدول کتاب، درصد لکه باقی برای صابون آنزیم‌دار در دمای 40° روی پارچه نخی برابر صفر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹ و ۱۲)

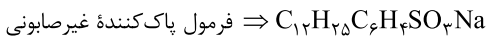
۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

(۱) نادرست، به جای بنزین باید بنزن باشد.

(۲) نادرست، پاک‌کننده غیرصابونی با آلاینده واکنش نمی‌دهد و فقط برهم‌کنش دارد.

(۳) نادرست، پاک‌کننده غیرصابونی با یون‌های آب سخت واکنش نمی‌دهد.

(۴) درست



$$\Rightarrow \text{تعداد اتم} = 52$$



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

(۱) درست

(۲) درست

(۳) نادرست، ساختار لوویس H_2 به صورت $H-H$ است و الکترون ناپیوندی ندارد.

(۴) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۳)

ت) درست، از واکنش استر بلندزنجیر با یک باز می‌توان صابون تهیه کرد.



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶ و ۷)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

فرمول کلی استر سه‌عاملی با Rهای یکسان:

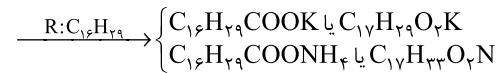
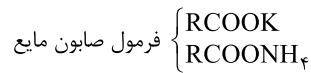
$$R_3C_6H_8O_6 \begin{cases} \text{تعداد اتم‌ها} = 3x + 3y + 17 \\ \text{H تعداد} = 3y + 8 \\ \text{C تعداد} = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x + 3y + 17 = 152 \Rightarrow 3x + 3y = 135$$

$$\Rightarrow (3y + 8) - (3x + 6) = 38 \Rightarrow 3y - 3x = 38$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 45 \\ y - x = 13 \end{cases}$$

$$2y = 58 \Rightarrow y = 29, x = 16$$



اگر R سیرشده باشد، دارای فرمول C_nH_{2n+1} که با ۱۶ کربن دارای ۳۳ هیدروژن خواهد بود که با هیدروژن‌های فعلی R، ۴ تا اختلاف دارد.

از آنجایی که هر پیوند گانه، ۲ هیدروژن از حالت سیرشده کم می‌کند، پس R در این ترکیب دارای ۲ پیوند گانه است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

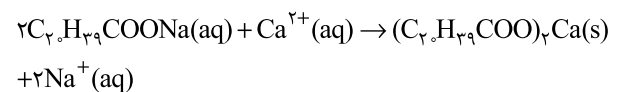
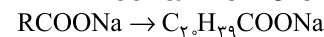
۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

برای به دست آوردن فرمول زنجیره هیدروکربنی (R) استر بلندزنجیر با Rهای یکسان به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R \text{ های } C = \frac{\text{کل } C - 6}{3} = \frac{66 - 6}{3} = 20$$

$$R \text{ های } H = \frac{\text{کل } H - 5}{3} = \frac{122 - 5}{3} = 39$$

پس فرمول صابون جامد تولیدی از این استر به صورت زیر است:



$$1038g \text{ صابون جامد} \times \frac{1 \text{ mol صابون جامد}}{346g \text{ صابون جامد}} \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{2 \text{ mol صابون جامد}}$$

$$\times \frac{4g Ca^{2+}}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} = 6g Ca^{2+}$$

$$ppmCa^{2+} = \frac{Ca^{2+} \text{ جرم}}{\text{جرم آب}} \times 10^6 \Rightarrow 1500 = \frac{6}{x} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 4000g \xrightarrow{\text{چگالی آب } = 1 \frac{g}{mL}} 4000 \text{ mL} = 40L$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۶ و ۹)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

